*ЗАДАЧИ, ДАВАНИ НА ПИСМЕН ИЗПИТ ПО АНАЛИТИЧНА ГЕОМЕТРИЯ*

**I част: Вектори.**

1 зад. Дадени са линейно независимите вектори  и , като и .

Нека .

1. Да се докаже, че векторите  са линейно независими;
2. Ако т.*H* е петата на височината от върха *О* към страната *BC* на триъгълник *BOC*, да се изрази вектора чрез  и ;
3. Нека т.*M* е медицентърът на триъгълник *ABC*. Да се намери дължината на

вектора .

2 зад. Дадени са линейно независимите вектори  и , като, .

Нека .

1. Ако точката *G* е медицентърът на триъгълник *OAB*, да се изрази вектора  като линейна комбинация на и . Да се намери дължината на вектора .

б) Да се намери лицето на триъгълник *OAB*.

3 зад. Даден е тетраедър *OABC*, за който . Точките *А*1 и *C*1 са медицентровете съответно на триъгълниците *BOC* и *AOB*.

Да се изразят чрез , и векторите и да се докаже, че и са колинеарни.

Ако и всеки два вектора сключват ъгъл, равен на , да се намери обема на тетраедъра *ОАВС*.

4 зад. Дадени са линейно независимите вектори  и ..

1. Да се докаже, че векторите са линейно независими;

б) Нека т.*М* е медицентър на триъгълник *АВС*. Да се намери , ако ;

в) При така намерения , да се пресметне обема на тетраедъра *ОАВС*.

5зад. Дадени са линейно независимите вектори  и . .

1. Да се докаже, че векторите са линейно независими;

б) Нека т.*Н* е пета на височината от върха *О* към стената *АВС* на тетраедъра *ОАВС*. Да се изрази вектора като линейна комбинация на ;

в) Ако , да се пресметне обема на тетраедъра *ОАВС*.

6 зад. Дадени са линейно независимите вектори  и , като.

Нека . Да се определи елементарно геометричния ъгъл между векторите  и , ако обема на тетраедъра *ОАВС* е равен на .

**II част: Уравнения на права в равнината.**

1 зад. Спрямо ОКС *K=Oxy* в равнината са дадени т.*B*(-4, 3) и правите:

.

Да се намерят координатите на върховете *А* и *С* на триъгълник *ABC*, ако е медианата, а е височината при върха *С* на триъгълника. Да се намери лицето на триъгълник *АВС*.

2 зад. Спрямо ОКС *K=Oxy* в равнината са дадени т.*B*(3, 4) и правите:

.

Да се намерят координатите на върховете *А* и *С* на триъгълник *ABC*, ако е вътрешната ъглополовяща, а е височината при върха *С* на триъгълника. Да се намери лицето на триъгълник *АВС*.

3 зад. Спрямо ОКС *K=Oxy* са дадени точкaтa *P*(-3, 3) и правите :

.

Светлинен лъч, успореден на правата , се отразява от правата и отразеният лъч минава през т.*P*. Намерете уравненията на правите *b* и *b*’, съдържащи падащия и отразения лъчи.

4 зад. Спрямо ОКС *K=Oxy* в равнината са дадени т.*B*(6, 1), т.*C*(4, 3) и т.M(4, 1), които са съответно два от върховете и медицентъра на . Да се намерят: координатите на третия връх на триъгълника, лицето на триъгълника и уравнение на правата, която е успоредна на страната *BC* и минава през точката *М*.

5 зад. Спрямо ОКС *K=Oxy* са дадени правите:

и точка *А*(1, 5).

а) Да се намерят уравненията на страните на триъгълник *АВС*, ако височините му през върховете *В* и *С* лежат съответно на правите .

б) Да се намерят лицето на триъгълника, координатите на центъра и дължината на радиуса на **описаната** около него окръжност.

6 зад. Спрямо ОКС *K* = *Оxy* са дадени правите:

и точката .

а) Да се намерят координатите на върховете на триъгълник *АВС*, ако височината и медианата му през върха *С* лежат съответно на правите *h* и *m*;

б) Да се намерят координатите на центъра и дължината на радиуса на **вписаната** в триъгълника окръжност.

7 зад. Спрямо ОКС K = *Оxy* са дадени точките *P*(-5, 4) и *S*(-3, -1),

и правата *m: x + y – 3 = 0*.

а) Светлинен лъч минава през точката *P* и след отразяването си от правата *m* става успореден на ординатната ос. Намерете уравненията на правите *g* и *g’*, съдържащи падащия и отразения лъчи;

б) Намерете координатите на върховете на триъгълник *ABC*, за който точката *S* е център на описаната окръжност, а падащият и отразения лъчи съдържат две от страните му.

**III част: Уравнения на права и равнина в пространството.**

1 зад. Дадени са точката и правата .

1. Да се намерят координатни параметрични уравнения на правата , която е успоредна на правата и минава през точката *М*;
2. Да се намери разстоянието от точката *М* до правата и координатите на точката *М‘*, ортогонално симетрична на точката *М* относно правата ;
3. Да се намери уравнение на равнината α, която минава през т.*М* и правата .

2 зад. Дадени са точките , равнината и правата . Да се намерят:

1. Уравнение на равнината , която минава през точките и , и е перпендикулярна на равнината ;
2. Разстоянието от точката до правата и координатите на точката *B‘*, ортогонално симетрична на точката *B* относно правата .

3 зад. Спрямо ОКС *K=Oxyz* са дадени точкaтa *C*(0, 0, -3), равнината *α*: и правите :

,*p* *,*  , ,

1. Да се намерят уравнения на трансверзалата *t* на кръстосаните прави и *b*, която е успоредна на правата *c*;
2. Ако , намерете уравнения на височината от върха *С* към страната *AB* на триъгълник *АВС*. Намерете лицето на *АВС*.

4 зад. Спрямо ОКС *K=Oxyz* в пространството са дадени точка *P*(1, 5, 0), правите

, и , и равнина .

1. Светлинен лъч минава през точка *P*, отразява се от равнината α и пресича правите  *a* и *b*. Да се намерят уравнения на правите съдържащи съответно падащия и отразения лъч.
2. Нека правата *a* пресича равнината α в точка *A*, а правата *b* пресича равнината α в точка *B*. Да се намери лицето на триъгълник *ABP*.

5 зад. Спрямо ОКС *K=Oxyz* в пространството са дадени точките *M*(1, 5, 0), *B*( 5, 0, 3), *A*(3, 1, 3), правите и , , и равнината.

1. Да се намери трансверзала на правите *a* и *b*, минаваща през точка *А*.
2. Светлинен лъч *l* минава през точката *М*, отразява се от равнината *α* и отразения лъч *l*’ минава през точката *В*. Да се намерят уравненията на *l*  и *l*’.

6 зад. Спрямо ОКС *K*=*Оxyz* в пространството са дадени: точки *Р*(3, 1, 5) и *Q*(–2, 12, 1),

равнина *α*: *x* + 2*y* + 2*z* – 6 = 0 и правите: , .

1. Да се намерят координатите на точки *А* и *В* – краищата на оста-отсечка на кръстосаните прави

*а* и *b*;

1. Светлинен лъч *l* минава през т.*Р*, отразява се от равнината *α* и отразения лъч *l’* минава през точката *Q*. Да се намерят кординатите на точката *С*, в която правите *l* и *l’* пробождат равнината *α*.
2. Да се намери лицето на триъгълник *АВС*.